

Оригинальное теоретическое исследование
УДК 676.056.521.1
DOI 10.46418/3033-7852_2026_1_1_96-101

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПРОЦЕССЕ КОНТАКТНО-КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ КАРТОНА

Екатерина Николаевна Громова

Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, Санкт-Петербург, Россия

© Громова Е. Н., 2026

e-mail: gromova.gturp@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Сушка капиллярно-пористых коллоидных материалов, таких как бумага и картон, представляет собой сложный тепломассообменный процесс. Неоправданная интенсификация этого процесса может привести к ухудшению качества конечной продукции (короблению, расслаиванию) из-за развития чрезмерных внутренних напряжений, вызванных неравномерным распределением влаги и температуры по толщине материала. Целью данной работы является разработка упрощенной критериальной модели для расчета поля влагосодержания в процессе сушки плоских материалов с учетом влияния градиента температуры, который создает дополнительное сопротивление переносу влаги. В основе исследования лежит модификация дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности с учетом эффекта термовлагопроводности. Путем аппроксимации профилей температуры и влагосодержания параболическими функциями автор выводит критериальную зависимость, вводя эффективный коэффициент теплопроводности, учитывающий термоградиентный эффект. Экспериментальные исследования контактно-конвективной сушки картона при различных температурных режимах подтвердили асимметричность полей температуры и влагосодержания. Полученные кинетические кривые сушки и данные по изменению критерия Фурье были использованы для верификации предложенной модели. На их основе выведено рабочее уравнение для практического расчета перепада влагосодержания в переплетном картоне. Разработанная математическая модель предоставляет инструмент для оптимизации режимов сушки целлюлозно-бумажных материалов. Она позволяет количественно оценить влияние градиента температуры на влагоперенос и обоснованно выбирать технологические параметры для минимизации внутренних напряжений и предотвращения дефектов, что в конечном итоге способствует повышению качества продукции и энергоэффективности производства.

Ключевые слова: сушка картона, тепломассоперенос, теория подобия, контактно-конвективная сушка, кинетика сушки

Для цитирования: Громова Е. Н. Исследование тепломассопереноса в процессе контактно-конвективной сушки картона // Технология и энергетика. 2026. № 1 (1). С. 96–101. DOI: 10.46418/3033-7852_2026_1_1_96-101

STUDY OF HEAT AND MASS TRANSFER IN THE PROCESS OF CONTACT-CONVECTIVE DRYING OF CARDBOARD

Ekaterina Nikolaevna Gromova

Higher School of Technology and Energy, Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design,
Saint Petersburg, Russia

e-mail: gromova.gturp@mail.ru

ABSTRACT

Drying of capillary-porous colloidal materials, such as paper and cardboard, is a complex coupled heat and mass transfer process. Unwarranted intensification of this process can lead to a deterioration in the quality of the final



product (warping, delamination) due to the development of excessive internal stresses caused by uneven distribution of moisture and temperature throughout the thickness of the material. The aim of this work is to develop a simplified criterion-based model for calculating the moisture content field during the drying of flat materials, taking into account the influence of the temperature gradient, which creates additional resistance to moisture transfer. The study is based on a modification of the differential equation for unsteady moisture conduction, taking into account the effect of thermogradient mass transfer. A criterion-based relationship is derived by approximating the temperature and moisture content profiles with parabolic functions, introducing an effective moisture conductivity coefficient that accounts for the thermal gradient effect. Experimental studies of contact-convective drying of cardboard under various temperature conditions confirmed the asymmetry of the temperature and moisture content fields. The obtained kinetic drying curves and data on the change in the Fourier criterion were used to verify the proposed model. Based on this data, a working equation was derived for the practical calculation of the moisture content difference in book board. The developed mathematical model provides a valuable tool for optimizing drying schedule for cellulosic materials. The model allows for quantifying the influence of the temperature gradient on moisture transfer and for rationally selecting process parameters to minimize internal stresses and prevent defects. Ultimately, this contributes to improved product quality and enhanced energy efficiency of the production process.

Keywords: cardboard drying, heat and mass transfer, similarity theory, contact-convective drying, drying kinetics

For citation: Gromova E. N. (2026) Study of heat and mass transfer in the process of contact-convective drying of cardboard, *Technology and Energy*, vol. 1, no. 1, pp. 96–101. DOI: 10.46418/3033-7852_2026_1_1_96-101

ВВЕДЕНИЕ

Сушка капиллярно-пористых коллоидных материалов является не только теплофизическим, но и технологическим процессом, при протекании которого изменяются физико-механические свойства материала. Так, неоправданная интенсификация процесса сушки приводит к ухудшению качественных показателей материала (коробление, расслаивание и т. д.). Причина ухудшения свойств готового изделия — развитие объемно-напряженного состояния влажного тела высушиваемого материала свыше предельно допустимого, обусловленного реологическими свойствами материала [1, 2]. Основной источник возникновения такого состояния — неравномерное распределение влагосодержания и температуры по толщине

не бумажного полотна. Поэтому для оптимизации процесса сушки необходимо знать перепады влагосодержания в центре материала и на его поверхности и разность температур по толщине материала ($t_n - t_u$).

Нестационарное поле влагосодержания при сушке бумаги и картона описывается уравнением влагопроводности, а поле температуры — уравнением теплопроводности. Их аналитическое решение представляет значительные трудности. Поэтому цель данной работы — найти упрощенную критериальную зависимость для расчета поля влагосодержания в процессе сушки плоских материалов при наличии градиента температуры.

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Известно [3]–[5], что градиент температуры оказывает дополнительное сопротивление переносу влаги от центральных слоев материала к поверхности. Поэтому при наличии градиента температуры $\partial t / \partial x$ перепад влагосодержания ($u_u - u_n$) больше, чем в случае, когда градиент температуры отсутствует.

Запишем дифференциальное уравнение нестационарной влагопроводности с учетом термовлагопроводности для одномерной задачи при условии, что градиент давления отсутствует ($\partial p / \partial x = 0$):

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \alpha_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \delta_t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right); \quad (1)$$

где α_m — коэффициент массопроводности материала; δ_t — термоградиентный коэффициент;

τ — длительность сушки;
 x — координата.

Аппроксимируем распределение температуры и влагосодержания по толщине тела:

$$u(x) = u_u - \frac{x^2}{R^2} (u_u - u_n); \quad (2)$$

$$t(x) = t_u - \frac{x^2}{R^2} (t_u - t_n). \quad (3)$$

Здесь u_u и t_u — влагосодержание и температура в центре материала;
 u_n , t_n — влагосодержание и температура на поверхности материала;
 R — толщина материала.

Дифференцируя уравнения (2) и (3), получим:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{2}{R}(u_u - u_n); \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = -\frac{2}{R}(t_u - t_n). \quad (5)$$

Из выражений (4) и (5) следует, что

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{(t_u - t_n)}{(u_u - u_n)} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (6)$$

подставляя (6) в уравнение (1) получим

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \alpha_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \delta_i \frac{(t_u - t_n)}{(u_u - u_n)} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (7)$$

или

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \alpha_m (1 - Pn) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (8)$$

где $Pn = \delta_i \frac{(t_u - t_n)}{(u_u - u_n)}$ — критерий Поснова, определяемый

как относительный перепад влагосодержания тела, вызванный разностью температур.

Введем понятие эффективного коэффициента теплопроводности $\widetilde{\alpha}_m$, учитывающего наличие коэффициента δ_i :

$$\widetilde{\alpha}_m = \alpha_m (1 - Pn), \quad (9)$$

тогда уравнение (1) принимает более простую форму:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \widetilde{\alpha}_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad (10)$$

равенство (10) можно записать в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = 2\widetilde{\alpha}_m \frac{u_u - u_n}{R^2}, \quad (11)$$

что позволяет определить перепад между центральным и поверхностным слоями непосредственно из кривой сушки, зная коэффициент $\widetilde{\alpha}_m$.

Выражение (10) можно представить также в критериальной форме

$$\frac{Ki}{2(1 - Pn)} = \frac{u_u - u_n}{u_0 - u_p}. \quad (12)$$

Здесь $Ki = \frac{j_m R}{\alpha_m u_0 \rho_0}$ — критерий Кирпичева для периода

постоянной скорости сушки; для второго периода кри-

терий Кирпичева будет равен: $Ki = \frac{R^2 \partial u}{\alpha_m u_0 \partial \tau}$.

Для периода постоянной скорости сушки, когда

$\frac{\partial u}{\partial \tau} = const$, можно записать следующую критериальную

зависимость:

$$\frac{u_0 - u_{(\tau)}}{u_0 - u_p} = \frac{\widetilde{Fo}_m Ki}{1 - Pn} \quad (13)$$

или

$$\frac{u_0 - u_{(\tau)}}{u_u - u_n} = 2\widetilde{Fo}_m, \quad (14)$$

где $\widetilde{Fo}_m = \frac{\widetilde{\alpha}_m \tau}{R^2}$ — эффективный массообменный критерий Фурье.

Уравнение (10) можно представить в критериальной форме и для второго периода сушки, используя предложенную А. В. Лыковым линейную зависимость [6]

скорости сушки $\frac{\partial u}{\partial \tau}$ во втором периоде от среднего

влагосодержания:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -N \frac{u - u_p}{u_k - u_p}. \quad (15)$$

Такую же зависимость получим, если используем степенное выражение, предложенное П. А. Жучковым [7] для описания второго периода сушки при показателе n , близком к единице. Подставив (15) в (11), найдем:

$$\frac{u_u - u_n}{u_{(\tau)} - u_p} = \frac{N_\tau}{2(u_k - u_p) \widetilde{Fo}_m}. \quad (16)$$

Величина N в уравнении (16) соответствует данному влагосодержанию $u_{(\tau)}$ и является величиной постоянной при любом режиме сушки [8, 9].

Следовательно, с помощью формулы (16) можно рассчитать влагосодержание в центре и на поверхности материала при любых значениях текущего влагосодержания.

Опыты по определению полей влагосодержания при контактно-конвективной сушке проводились на кафедре промышленной теплоэнергетики в условиях, приближенных к производственным. Картон высушивали при температуре цилиндров от 90 до 150 °С. В процессе эксперимента замеряли температуру центрального и периферийного слоев образца картона, а также среднее и послойное влагосодержание материала.

На рисунке 1 представлено изменение температуры центрального и периферийного слоев переплетного картона в циклах различных периодов сушки.

Из диаграммы следует, что при контактно-конвективной сушке в течение всего процесса температура в слоях материала непрерывно изменяется: во время соприкосновения с греющей поверхностью температура во всех слоях возрастает. При этом максимальную температуру приобретает контактный слой. На конвективном



участке температура во всех слоях снижается, причем максимальная скорость охлаждения характерна для периферийных слоев. В конце второго периода сушки средняя температура периферийных слоев начинает превышать среднюю температуру контактного слоя. Это обусловлено тем, что на участке свободного хода происходит более глубокое охлаждение периферийных слоев, то есть центральный слой аккумулирует теплоту и не успевает остыть.

Средняя за цикл температура в центре и на поверхности образца определялась методом графического интегрирования:

$$\bar{t} = \frac{1}{\tau_u} \int_0^{\tau_u} t d\tau. \quad (17)$$

Образец высушивался в течение определенного времени при заданном режиме, после чего взвешивался. Затем образец расслаивался на элементарные слои, которые снова взвешивались и досушивались до абсолютно сухой массы в сушильном шкафу при температуре 100–105 °С. Влажность элементарного слоя определялась по уравнению:

$$u = \frac{M_{вл} - M_{сух}}{M_{сух}}, \quad (18)$$

где $M_{вл}$ и $M_{сух}$ — масса слоя образца во влажном и абсолютно сухом состоянии.

Влажность в центре и на поверхности образца определялась по известной методике [9]–[11].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Как показали проведенные исследования, распределение влажности и температуры в процессе односторонней контактной сушки несимметрично в связи с тем, что одна из поверхностей материала находится в соприкосновении с греющей поверхностью, а противоположная — с окружающим воздухом. Градиент температуры возрастает в направлении свободной поверхности материала.

При сушке картона на многоступенчатых установках, при некотором допущении для приближенного метода расчета, зависимости $u=f(x)$ и $t=f(x)$ можно аппроксимировать в виде параболы и для обработки экспериментальных данных применить предложенные выше критериальные уравнения.

На рисунке 2 представлена обобщенная кинетическая кривая сушки переплетного картона контактным способом, а на рисунке 3 — график изменения критерия Фурье $\overline{Fo}_m$ в процессе контактной сушки. Графики построены на основании полученных экспериментальных данных.

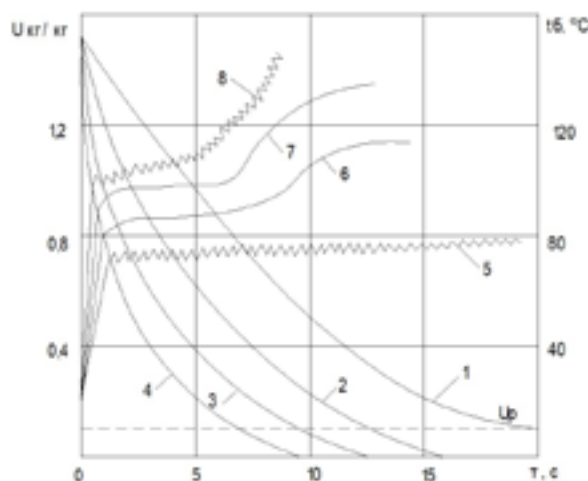


Рисунок 1. Кинетические кривые и термограммы контактно-конвективной сушки картона: 1, 2, 3, 4 — кривые влагосодержаний; 5, 6, 7, 8 — кривые температур. Режимы сушки: 1 и 5 — $t_p=80$ °С; 2 и 6 — $t_p=110$ °С; 3 и 7 — $t_p=140$ °С; 4 и 8 — $t_p=170$ °С

Figure 1. Kinetic curves and thermograms of contact-convection drying of cardboard: 1, 2, 3, 4 — moisture content curves; 5, 6, 7, 8 — temperature curves. Drying schedule with various heating surface temperature t_{hs} : 1 и 5 — $t_{hs}=80$ °С; 2 и 6 — $t_{hs}=110$ °С; 3 и 7 — $t_{hs}=140$ °С; 4 и 8 — $t_{hs}=170$ °С

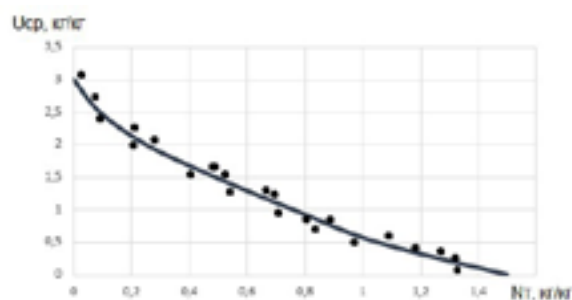


Рисунок 2. Кинетическая кривая сушки переплетного картона
Figure 2. Kinetic drying curve of book board

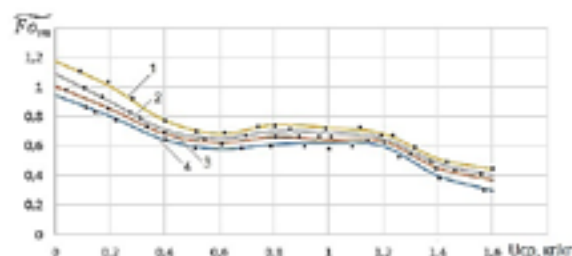


Рисунок 3. Изменения критерия Фурье в процессе контактной сушки: 1 — $t_p=90$ °С; 2 — $t_p=110$ °С; 3 — $t_p=130$ °С; 4 — $t_p=150$ °С
Figure 3. Changes in the Fourier criterion during contact drying: 1 — $t_p=90$ °С; 2 — $t_p=110$ °С; 3 — $t_p=130$ °С; 4 — $t_p=150$ °С

Для переплетного картона формулу (16) можно записать в виде:

$$u_u - u_n = \frac{N_{(t)}}{2,4} \cdot \frac{u_{(t)}}{Fo_m}. \quad (19)$$

Зная текущее влагосодержание $u_{(t)}$, с помощью графиков (рисунки 2 и 3) можно определить величины $N_{(t)}$ и Fo_m и по формуле (18) рассчитать перепад влагосодержаний $\Delta u = u_u - u_n$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученного уравнения (16) представляется возможным рассчитать перепады влагосодержания по толщине картона при наличии в материале градиента температуры, что необходимо при выборе режимов контактной сушки влажных целлюлозно-бумажных материалов. Таким образом, разработанная математическая модель позволяет количественно оценить влияние температурного поля на процесс влагопереноса. Это открывает возможность для оптимизации технологических параметров сушки (таких как температура нагревательной поверхности, продолжительность цикла и давление прижима), направленной на минимизацию внутренних напряжений и предотвращение дефектов (расслоения, коробления) за счет выравнивания влажностного профиля [12]. В конечном итоге, использование уравнения (16) способствует созданию энергоэффективных и высококачественных процессов сушки в целлюлозно-бумажном производстве.

Список литературы

1. Chen X., Zheng Q., Dong Y. (2021). Theoretical Estimation of Evaporation Heat in Paper Drying Process Based on Drying Curve. *Processes*, 9 (7), p. 1117. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr9071117>.
2. Stenström S. (2019). Drying of paper: A review 2000–2018. *Drying Technology*, 38 (7), pp. 825–845. <https://doi.org/10.1080/07373937.2019.1596949>.
3. Бойков Л. М. Энергосбережение и ускорение сушки бумаги и картона / Л. М. Бойков. СПб.: ВШТЭ ГУПТД, 2018. 279 с.
4. Прохоров Д. А., Дубовый В. К. Влияние температур сушки на свойства бумаги из сульфатной небеленой хвойной целлюлозы // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2023. № 242. С. 232–241. DOI 10.21266/2079–4304.2023.242.232–241.
5. Прохоров Д. А., Дубовый В. К. Исследование влияния температурных режимов сушки на свойства бумаги из сульфатной беленой хвойной и лиственной целлюлозы // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2023. № 3 (393). С. 173–184. DOI 10.37482/0536-1036-2023-3-173-184.
6. Лыков А. В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.
7. Громова Е. Н. Тепломассообмен на участках свободного хода при сушке бумаги на многоцилиндровых

контактно-конвективных установках / Е. Н. Громова, В. Ю. Лакомкин, А. Г. Николаева // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92, № 6. С. 2636–2640.

8. Ольшанский А. И. Исследование тепломассообмена в процессах тепловой обработки и сушки теплоизоляционных материалов / А. И. Ольшанский, С. В. Жерносек, А. М. Гусаров // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2022. Т. 65, № 2. С. 156–168. DOI 10.21122/1029-7448-2022-65-2-156-168.
9. Громыко И. Г. Влияние влагосодержания бумаги на ее структурные свойства / И. Г. Громыко, А. Н. Кудряшова, Х. А. Бабаханова // Труды БГТУ. Серия 4: Принти и медиатехнологии. 2025. № 1 (291). С. 12–18. DOI 10.52065/2520-6729-2025-291-2.
10. Sampath K., Reynolds L., Huang H., Ramaswamy S. (2024). Experimental analysis of conductive drying of paper and board. *Drying Technology*, 42 (11), pp. 1709–1729. <https://doi.org/10.1080/07373937.2024.2385809>.
11. Yan Y., Wang W., Pan Z., Yang Z., Li J., Yao Z., Qi Y. (2025) Drying characteristics and numerical simulation of tissue paper. *Nordic Pulp & Paper Research Journal*, Vol. 40 (Issue 2), pp. 345–356. <https://doi.org/10.1515/npprj-2025-0010>
12. Луканин П. В. Концепция модернизации энерготехнологических комплексов в ЦБП / П. В. Луканин, В. Г. Казаков, Л. О. Зверев // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2022. Т. 24, № 4. С. 178–191. DOI 10.30724/1998-9903-2022-24-4-178-191.

References

1. Chen, X., Zheng, Q. and Dong, Y. (2021). Theoretical Estimation of Evaporation Heat in Paper Drying Process Based on Drying Curve. *Processes*, 9 (7), p. 1117. <https://doi.org/10.3390/pr9071117>.
2. Stenström, S. (2019). Drying of paper: A review 2000–2018. *Drying Technology*, 38 (7), pp. 825–845. <https://doi.org/10.1080/07373937.2019.1596949>.
3. Boikov, L. M. Energy saving and acceleration of drying of paper and cardboard. St. Petersburg, VSHTÉ GUPTD, 2018, 279 p.
4. Prokhorov, D. A., Dubovy, V. K. (2023) Influence of drying temperatures on the properties of paper from sulfate unbleached coniferous pulp. *Proceedings of the St. Petersburg Forestry Academy*, 242, pp. 232–241. <https://doi.org/10.21266/2079–4304.2023.242.232–241>.
5. Prokhorov, D. A., Dubovy, V. K. (2023) Investigation of the influence of temperature drying conditions on the properties of paper from sulphated bleached coniferous and deciduous cellulose. *News of higher educational institutions. Forest Magazine*, 3 (393), pp. 173–184. doi: <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2023-3-173-184>.
6. Lykov A. V. Theory of drying. Moscow: Energy, 1968, 472 p.
7. Gromova, E. N., Lakomkin, V. Y., Nikolaeva, A. G. (2019) Heat and mass transfer in freewheeling areas during paper drying on multi-cylinder contact-convective installations.



- Engineering and Physics Journal*, vol. 92, no. 6, pp. 2636–2640. <https://doi.org/10.1007/s10891-019-02078-3>.
8. Olshansky, A. I., Zhernosek, S. V., Gusarov, A. M. (2022) Investigation of heat and mass transfer in the processes of heat treatment and drying of thermal insulation materials. *Power Engineering. Proceedings of Higher Educational institutions and Energy associations of the CIS*, vol. 65, no. 2, pp. 156–168. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-2-156-168>.
 9. Gromyko, I. G., Kudryashova, A. N., Babakhanova, H. A. (2025) The influence of moisture content of paper on its structural properties. *Proceedings of BSTU. Series 4: Print and media technologies*, 1 (291), pp. 12–18. <https://doi.org/10.52065/2520-6729-2025-291-2>.
 10. Sampath, K., Reynolds, L., Huang, H. and Ramaswamy, S. (2024). Experimental analysis of conductive drying of paper and board. *Drying Technology*, 42 (11), pp. 1709–1729. <https://doi.org/10.1080/07373937.2024.2385809>.
 11. Yan, Y., Wang, W., Pan, Z., Yang, Z., Li, J., Yao, Z. and Qi, Y. (2025) Drying characteristics and numerical simulation of tissue paper. *Nordic Pulp & Paper Research Journal*, vol. 40 (Issue 2), pp. 345–356. <https://doi.org/10.1515/npprj-2025-0010>
 12. Lukanin P. V., Kazakov V. G., Zverev L. O. (2022) The concept of modernization of energy technology complexes in the pulp and paper industry. *News of higher educational institutions. Energy problems*, vol. 24, no. 4, pp. 178–191. <https://doi.org/10.30724/1998-9903-2022-24-4-178-191>.

■ Информация об авторе

Громова Екатерина Николаевна, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой промышленной теплоэнергетики Высшей школы технологии и энергетики Санкт-Петербургского государственного университета

промышленных технологий и дизайна, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, д. 4, Россия; SPIN-код: 7964–6782, AuthorID: 940225, ORCID 0009-0001-6506-5118, email: gromova.gturp@mail.ru.

■ Information about the author

Ekaterina Nikolaevna Gromova, PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Industrial Thermal Power Engineering Productions of the Higher School of Technology and Energy, Saint Petersburg State University

of Industrial Technologies and Design, 4 Ivan Chernykh Street, St. Petersburg, 198095; SPIN-code: 7964–6782, AuthorID: 940225, ORCID 0009-0001-6506-5118, email: gromova.gturp@mail.ru.